Кировское областное государственное общеобразовательное бюджетное учреждение

«Средняя школа с углубленным изучением отдельных предметов

пгт Ленинское Шабалинского района»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **«Рассмотрено**  **на заседании ШМО»**  Руководитель ШМО  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Леушина Е.И.  Протокол № \_\_\_ от  «25» августа 2021 г. | **«Согласовано»**  Заместитель директора по УВР  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Дёмина Н.А..  «25»августа 2021г. | **«Утверждено»**  Директор школы  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Предеина Т.И..  Приказ № 91  от «30 »августа 2021 г. |

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по математике для 10-11 классов

углубленный уровень

Рабочую программу разработали учителя математики:

Леушина Елена Ивановна,

Акатова Надежда Викторовна,

Попова Нина Николаевна

2021 год

**Пояснительная записка**

Рабочая программа по математике для 10-11 классов составлена на основании следующих нормативно-правовых документов:

1. Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (приказ Министерства образования науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. N 413);

2. Примерной основной образовательной программы среднего общего образования, одобренной решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з);

3. Рабочая программа к линии учебников Г.К. Муравина, О.В. Муравиной«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа» Углубленный уровень, 10-11 классы, О.В. Муравина

4. Методическое пособие к учебнику Г.К. Муравин, О.В. Муравина «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа» 10 класс, углубленный уровень, Г.К. Муравин, О.В. Муравина

5. Методическое пособие к учебнику Г.К. Муравин, О.В. Муравина «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа» 11 класс, углубленный уровень, Г.К. Муравин, О.В. Муравина

6.Атанасян Л.С, Бутузов В.Ф., Глазков Ю.А., Некрасов В.Б., Юдина И.И. Изучение геометрии в 10—11 классах: Метод. рекоменд. к учебнику. Книга для учителя.

На изучение математики в 10-11 классах отводится по 6 недельных часов, по 204 часа в год.

Планируемые результаты

**Личностные результаты:**

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

* Патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

* Гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного.

* Трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.

* Эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве.

* Ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развитии и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладением простейшими навыками исследовательской деятельности.

* Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека.

* Экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения.

* Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

**Метапредметные результаты освоения учебного предмета**:

**Регулятивные УУД**

* Умение самостоятельно определять цели обучения, ставить и формулировать новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.

Обучающийся сможет:

* анализировать существующие и планировать будущие образовательные результаты;
* идентифицировать собственные проблемы и определять главную проблему;
* выдвигать версии решения проблемы, формулировать гипотезы, предвосхищать конечный результат;
* ставить цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей;
* формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели деятельности;
* обосновывать целевые ориентиры и приоритеты ссылками на ценности, указывая и обосновывая логическую последовательность шагов.
* умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.

Обучающийся сможет:

* определять необходимые действие(я) в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
* обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
* определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для выполнения учебной и познавательной задачи;
* выбирать из предложенных вариантов и самостоятельно искать средства/ресурсы для решения задачи/достижения цели;
* составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
* определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и находить средства для их устранения;
* планировать и корректировать свою индивидуальную образовательную траекторию.
* Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

Обучающийся сможет:

* определять совместно с педагогом и сверстниками критерии планируемых результатов и критерии оценки своей учебной деятельности;
* отбирать инструменты для оценивания своей деятельности, осуществлять самоконтроль своей деятельности в рамках предложенных условий и требований; оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
* находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;
* сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно.
* Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения.

Обучающийся сможет:

* определять критерии правильности (корректности) выполнения учебной задачи;
* анализировать и обосновывать применение соответствующего инструментария для выполнения учебной задачи;
* свободно пользоваться выработанными критериями оценки и самооценки, исходя из цели и имеющихся средств, различая результат и способы действий;
* оценивать продукт своей деятельности по заданным и/или самостоятельно определенным критериям в соответствии с целью деятельности;
* обосновывать достижимость цели выбранным способом на основе оценки своих внутренних ресурсов и доступных внешних ресурсов;
* фиксировать и анализировать динамику собственных образовательных результатов.
* Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной.

Обучающийся сможет:

* наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
* соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;
* самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха;
* ретроспективно определять, какие действия по решению учебной задачи или параметры этих действий привели к получению имеющегося продукта учебной деятельности;
* демонстрировать приемы регуляции психофизиологических/ эмоциональных состояний для достижения эффекта успокоения (устранения эмоциональной напряженности), эффекта восстановления (ослабления проявлений утомления), эффекта активизации (повышения психофизиологической реактивности).

**Познавательные УУД**

* Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное, по аналогии) и делать выводы.

Обучающийся сможет:

* подбирать слова, соподчиненные ключевому слову, определяющие его признаки и свойства;
* выстраивать логическую цепочку, состоящую из ключевого слова и соподчиненных ему слов;
* выделять общий признак двух или нескольких предметов или явлений и объяснять их сходство;
* объединять предметы и явления в группы по определенным признакам, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
* выделять явление из общего ряда других явлений;
* определять обстоятельства, которые предшествовали возникновению связи между явлениями, из этих
* обстоятельств выделять определяющие, способные быть причиной данного явления, выявлять причины и следствия явлений;
* строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям;
* строить рассуждение на основе сравнения предметов и явлений, выделяя при этом общие признаки;
* излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
* самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;
* объяснять явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе познавательной и исследовательской деятельности (приводить объяснение с изменением формы представления; объяснять, детализируя или обобщая; объяснять с заданной точки зрения);
* выявлять и называть причины события, явления, в том числе возможные / наиболее вероятные причины, возможные последствия заданной причины, самостоятельно осуществляя причинно-следственный анализ;
* делать вывод на основе критического анализа разных точек зрения, подтверждать вывод собственной аргументацией или самостоятельно полученными данными.
* Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач

Обучающийся сможет:

* обозначать символом и знаком предмет и/или явление;
* определять логические связи между предметами и/или явлениями, обозначать данные логические связи с помощью знаков в схеме;
* создавать абстрактный или реальный образ предмета и/или явления;
* строить модель/схему на основе условий задачи и/или способа ее решения;
* создавать вербальные, вещественные и информационные модели с выделением существенных характеристик объекта для определения способа решения задачи в соответствии с ситуацией;
* преобразовывать модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область;
* переводить сложную по составу (многоаспектную) информацию из графического или формализованного (символьного) представления в текстовое, и наоборот;
* строить схему, алгоритм действия, исправлять или восстанавливать неизвестный ранее алгоритм на основе имеющегося знания об объекте, к которому применяется алгоритм;
* строить доказательство: прямое, косвенное, от противного;
* анализировать/рефлексировать опыт разработки и реализации учебного проекта, исследования (теоретического, эмпирического) на основе предложенной проблемной ситуации, поставленной цели и/или заданных критериев оценки продукта/результата.
* Смысловое чтение.

Обучающийся сможет:

* находить в тексте требуемую информацию (в соответствии с целями своей деятельности);
* ориентироваться в содержании текста, понимать целостный смысл текста, структурировать текст;
* устанавливать взаимосвязь описанных в тексте событий, явлений, процессов;
* резюмировать главную идею текста;
* преобразовывать текст, «переводя» его в другую модальность, интерпретировать текст (художественный и нехудожественный – учебный, научно-популярный, информационный);
* критически оценивать содержание и форму текста.
* Развитие мотивации к овладению культурой активного использования словарей и других поисковых систем.

Обучающийся сможет:

* определять необходимые ключевые поисковые слова и запросы;
* осуществлять взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями;
* формировать множественную выборку из поисковых источников для объективизации результатов поиска;
* соотносить полученные результаты поиска со своей деятельностью.

**Коммуникативные УУД**

* Умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.

Обучающийся сможет:

* определять возможные роли в совместной деятельности;
* играть определенную роль в совместной деятельности;
* принимать позицию собеседника, понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты; гипотезы, аксиомы, теории;
* определять свои действия и действия партнера, которые способствовали или препятствовали продуктивной коммуникации;
* строить позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности;
* корректно и аргументированно отстаивать свою точку зрения, в дискуссии уметь выдвигать контраргументы, перефразировать свою мысль (владение механизмом эквивалентных замен);
* критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;
* предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
* выделять общую точку зрения в дискуссии;
* договариваться о правилах и вопросах для обсуждения в соответствии с поставленной перед группой задачей;
* организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, распределять роли, договариваться друг с другом и т. д.);
* устранять в рамках диалога разрывы в коммуникации, обусловленные непониманием/неприятием со стороны собеседника задачи, формы или содержания диалога.
* Умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей для планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью.

Обучающийся сможет:

* определять задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства;
* отбирать и использовать речевые средства в процессе коммуникации с другими людьми (диалог в паре, в малой группе и т. д.);
* представлять в устной или письменной форме развернутый план собственной деятельности;
* соблюдать нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей;
* высказывать и обосновывать мнение (суждение) и запрашивать мнение партнера в рамках диалога; принимать решение в ходе диалога и согласовывать его с собеседником;
* использовать вербальные средства (средства логической связи) для выделения смысловых блоков своего выступления;
* использовать невербальные средства или наглядные материалы, подготовленные/отобранные под руководством учителя;
* делать оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывать его.
* Формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (далее – ИКТ).

Обучающийся сможет:

* целенаправленно искать и использовать информационные ресурсы, необходимые для решения учебных и практических задач с помощью средств ИКТ;
* выбирать, строить и использовать адекватную информационную модель для передачи своих мыслей средствами естественных и формальных языков в соответствии с условиями коммуникации;
* выделять информационный аспект задачи, оперировать данными, использовать модель решения задачи;
* использовать компьютерные технологии (включая выбор адекватных задаче инструментальных программно-аппаратных средств и сервисов) для решения информационных и коммуникационных учебных задач, в том числе: вычисление, написание писем, сочинений, докладов, рефератов, создание презентаций.

**В предметных результатах сформированность:**

–  представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

–  представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

– умений применения методов доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– стандартных приёмов решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

–  представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

–  представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

–  навыков использования готовых компьютерных программ при решении задач;

–  представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений;

– понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

–  умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

–  представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

–  умений составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Углубленный уровень** | |
| **Раздел** | **I. Выпускник научится** | **II. Выпускник получит возможность научиться** |
| **Цели освоения предмета** | Для успешного продолжения образования  по специальностям, связанным с прикладным использованием математики | *Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук* |
| **Требования к результатам** | | |
| ***Элементы теории множеств и математической логики*** | * Свободно оперировать1 понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости; * задавать множества перечислением и характеристическим свойством; * оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; * проверять принадлежность элемента множеству; * находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; * проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; * проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов | * *Достижение результатов раздела I;* * *оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;* * *понимать суть косвенного доказательства;* * *оперировать понятиями счетного и несчетного множества;* * *применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.*   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * *использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов* |
| ***Числа и выражения*** | * Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; * понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел; * переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую; * доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач; * выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью; * сравнивать действительные числа разными способами; * упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2; * находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач; * выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней; * выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений; * записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения; * составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов | * *Достижение результатов раздела I;* * *свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;* * *понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;* * *владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач* * *иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;* * *свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;* * *владеть формулой бинома Ньютона;* * *применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;* * *применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;* * *применять при решении задач Малую теорему Ферма;* * *уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;* * *применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;* * *применять при решении задач цепные дроби;* * *применять при решении задач* *многочлены с действительными и целыми коэффициентами*; * *владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;* * *применять при решении задач Основную теорему алгебры;* * *применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования* |
| ***Уравнения и неравенства*** | * Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений; * решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные; * овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач; * применять теорему Безу к решению уравнений; * применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй; * понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать; * владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор; * использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения; * решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; * владеть разными методами доказательства неравенств; * решать уравнения в целых числах; * изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами; * свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов; * выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов; * составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов; * составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты; * использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств | * *Достижение результатов раздела I;* * *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;* * *свободно решать системы линейных уравнений;* * *решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;* * *применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;* * *иметь представление о неравенствах между средними степенными* |
| ***Функции*** | * Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач; * владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач; * владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач; * владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; * владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач; * владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач; * применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; * применять при решении задач преобразования графиков функций; * владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; * применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.); * интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;. * определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.) | * *Достижение результатов раздела I;* * *владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;* * *применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков* |
| ***Элементы математического анализа*** | * Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач; * применять для решения задач теорию пределов; * владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности; * владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции; * вычислять производные элементарных функций и их комбинаций; * исследовать функции на монотонность и экстремумы; * строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром; * владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач; * владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл; * применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов; * интерпретировать полученные результаты | * *Достижение результатов раздела I;* * *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;* * *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;* * *оперировать понятием первообразной функции для решения задач;* * *овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;* * *оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;* * *уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;* * *уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;* * *уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);* * *уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;* * *владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость* |
| ***Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика*** | * Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее; * оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; * владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач; * иметь представление об основах теории вероятностей; * иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; * иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; * иметь представление о совместных распределениях случайных величин; * понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей; * иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин; * иметь представление о корреляции случайных величин.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; * выбирать методы подходящего представления и обработки данных | * *Достижение результатов раздела I;* * *иметь представление о центральной предельной теореме;* * *иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;* * *иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;* * *иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;* * *иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;* * *владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;* * *иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;* * *владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;* * *уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;* * *иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;* * *владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;* * *уметь применять метод математической индукции;* * *уметь применять принцип Дирихле при решении задач* |
| ***Текстовые задачи*** | * Решать разные задачи повышенной трудности; * анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; * строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; * решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; * анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; * переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * решать практические задачи и задачи из других предметов | * *Достижение результатов раздела I* |
| ***Геометрия*** | * Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений; * самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям; * исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах; * решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач; * уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; * владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр; * иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач; * уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов; * иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними; * применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач; * уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур; * уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач; * владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач; * владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач; * владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач; * владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач; * владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач; * владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач; * владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач; * иметь представление о теореме Эйлера,правильных многогранниках; * владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач; * владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач; * владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять из при решении задач; * иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач; * владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач; * иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач; * иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач; * уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения; * иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат | * *Иметь представление об аксиоматическом методе;* * *владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;* * *уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;* * *владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;* * *иметь представление о двойственности правильных многогранников;* * *владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;* * *иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;* * *иметь представление о конических сечениях;* * *иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;* * *применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;* * *владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;* * *применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;* * *иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;* * *применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;* * *применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;* * *иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;* * *иметь представление о площади ортогональной проекции;* * *иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;* * *иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;* * *уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;* * *уметь применять формулы объемов при решении задач* |
| ***Векторы и координаты в пространстве*** | * Владеть понятиями векторы и их координаты; * уметь выполнять операции над векторами; * использовать скалярное произведение векторов при решении задач; * применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач; * применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач | * *Достижение результатов раздела I;* * *находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;* * *задавать прямую в пространстве;* * *находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;* * *находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат* |
| ***История математики*** | * Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки; * понимать роль математики в развитии России | *Достижение результатов раздела I* |
| ***Методы математики*** | * Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; * применять основные методы решения математических задач; * на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства; * применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач; * пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов | * *Достижение результатов раздела I;* * *применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)* |

Содержание курса

**Алгебра и начала анализа**

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний.* Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики*. Основные логические правила.* Решение логических задачс использованием кругов Эйлера, *основных логических правил.*

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств*. *Математическая индукция*. *Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному*. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

*Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. q-ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. *Функции «дробная часть числа»*  *и «целая часть числа»* .

Тригонометрические функции числового аргумента , , , . Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число  и функция .

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. *Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.*

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

*Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

*Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.*

*Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.*

*Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.*

*Множества на координатной плоскости.*

*Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.*

Понятие предела функции в точке*. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших*. Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике*. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных*. *Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.*

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла..*

*Методы решения функциональных уравнений и неравенств.*

**Геометрия**

Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

*Теорема Менелая для тетраэдра*. Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

*Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.*

*Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.*

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

*Теорема Эйлера.* Правильные многогранники. *Двойственность правильных многогранников.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

*Элементы сферической геометрии. Конические сечения.*

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.*

*Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.*

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.*

*Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.*

Площадь сферы.

*Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

*Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.*

*Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

**Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

*Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей*.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли.Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение* *и его свойства.*

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

*Показательное распределение, его параметры.*

*Распределение Пуассона и его применение*. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). *Центральная предельная теорема*.

*Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.*

*Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.*

*Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.*

*Кодирование. Двоичная запись.*

*Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Тема | Коли­чество часов | Содержание материала | Характеристика основных видов деятельности ученика  (на уровне учебных действий) |
| 10 класс | | | |
| Функции и графики | 20 | Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. *Функции «дробная часть числа»*  *и «целая часть числа»* .  Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.  Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.  Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии. | Вычислять значения функции с помощью микрокалькулятора. Определять, находить и записывать функцию, область определения и область значения функции. Записывать множества с помощью знаков объединения и пересечения множеств. Задавать функцию с помощью таблицы, графика и формулы. Строить график линейной функции. Записывать функциональные зависимости к текстовой задаче с практическим и геометрическим содержанием. Записывать обозначения основных числовых множеств  Формулировать определение прямую, гиперболу, параболу, окружность через соответствующие геометрические места точек. Записывать уравнение прямой, график которой проходит через две точки с заданными координатами. Строить график квадратичной функции и функция *y* =. Строить вертикальную и горизонтальную асимптоты к графику функции *y* =. Записывать уравнение прямой, параллельной данной и проходящей через данную точку. Заполнять таблицы значений функции. Выполнять задания с параметрами. Находить точки пересечения графиков функций графически и аналитически. Задавать окружность уравнением.  Находить ошибки в таблицах, на схематических чертежах, в решениях. Сравнивать графики функции. Применять пакеты компьютерных программ для построения графиков  Находить непрерывные и разрывные функции, если функции заданы аналитически или графически. Приводить примеры непрерывных и разрывных функций. Находить значения кусочно-заданных функций и строить их графики. Формулировать теорему о промежуточном значении функции. Формулировать определение возрастающей и убывающей функций. Находить промежутки монотонности функции. Решать неравенства методом интервалов. Решать уравнения с использованием монотонности функции. Доказывать, что заданная функция является непрерывной на промежутке. Строить график функции по ее описанию. Применять пакеты компьютерных программ для построения графиков  Строить графики квадратичной и дробно-линейной функций с помощью преобразований. Строить график функции с модулями. Находить наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке. Решать графически неравенства и системы неравенств с двумя переменными. Применять пакеты компьютерных программ для построения графиков  **Воспитательная составляющая:**  проявление интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах. |
| Степени и корни | 17 | Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.  Степень с действительным показателем, свойства степени.  Системы иррациональных уравнений. Системы иррациональных неравенств. | Формулировать определения степенной функции, четной и нечетной функций. Называть свойства степенной функции. Находить значения функций с помощью инженерного микрокалькулятора. Строить графики функций в тетради и с применением пакетов компьютерных программ. Определять четность функции. Подбирать целые корни многочленов, используя схему Горнера. Решать уравнения с параметром  Сравнивать свойства взаимно обратных функций  и . Задавать и находить на графике функцию обратную данной. Находить значения функции с помощью инженерного микрокалькулятора. Строить график функции в тетради и с применением пакетов компьютерных программ. Решать иррациональные уравнения и неравенства. Находить область определения иррациональной функции  Применять тождественные преобразования выражений, содержащих корни. Решать иррациональные уравнения, неравенства и системы уравнений  Вычислять степень числа с рациональным показателем помощью инженерного микрокалькулятора. Доказывать свойства степеней с рациональным показателем. Преобразовывать выражения, в которые входят степени с дробными показателями. Представлять число в виде степени с рациональным показателем. Решать уравнения и уравнения с параметром, содержащие степени с рациональным показателем  **Воспитательная составляющая:**  готовность к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); |
| Показательная и логарифмическая функция | 22 | Показательная функция и ее свойства и график. Простейшие показательные уравнения и неравенства.  Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.  Системы показательных, логарифмических и уравнений. Системы показательных, логарифмических неравенств. | Формулировать определение показательной функции. Называть свойства показательной функции. Доказывать свойства степеней с одинаковыми основаниями. Находить значения показательной функции по графику и с помощью микрокалькулятора. Строить график функции  в тетради и с применением пакетов компьютерных программ. Сравнивать значения показательных функций. Решать показательные уравнения, неравенства и их системы. Решать показательные уравнения с параметром. Приводить примеры экспоненциальных зависимостей в биологии, физике и экономике. Решать текстовые задачи на вычисление процента инфляции  Формулировать определение логарифма. Записывать число в виде логарифма с заданным основанием. Решать логарифмические уравнения, неравенства. Сравнивать значения логарифмических функций. Находить область определения логарифмической функции. Строить  график логарифмической функции как функции обратной к показательной в тетради и с применением пакетов компьютерных программ. Формулировать свойства логарифмической функции  Формулировать и доказывать свойства логарифмов. Применять логарифмические тождества, включая формулу перехода от одного основания логарифма к другому при преобразованиях логарифмических выражений, решении логарифмических уравнений и неравенств. Пользоваться логарифмическими таблицами и микрокалькулятором для вычисления значений логарифмической функции. Решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства относительно сложных видов, в том числе с параметрами и модулями, с неизвестными, как в основании, так и под знаком логарифма  **Воспитательная составляющая:**  готовность к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного. |
| Тригонометрические функции и их свойства | 50 | Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.  Тригонометрические функции числового аргумента , , , . Свойства и графики тригонометрических функций.  Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений. | Решать практические задачи: на нахождение угловой скорости вращения барабана стиральной машины; сравнения угла поворота часов; направление вращения колес велосипеда. Записывать общий вид угла поворота. Пользоваться транспортиром для построения конечных точек поворота  Переводить углы из градусной меры в радианную и из радианной в градусную. Выполнять задания на построение углов поворота. Решать практические задачи с морским компасом, со скоростью вращения Земли, со скоростью вращения электродвигателя. Объяснять смысл фраз «радиальная линия метро», «радиальная планировка города»  Формулировать определения синуса, косинуса произвольного угла. Находить углы, синусы или косинусы которых известны. Определять координатную четверть, в которой находится угол поворота. Определять знаки синуса и косинуса произвольных углов поворота. Заполнять таблицы значений синуса и косинуса некоторых углов. Решать простейшие виды тригонометрических уравнений. Сравнивать значения синус и косинус некоторых видов углов. Обнаруживать закономерности и продолжать их  Формулировать определения тангенса и котангенса произвольного угла. Определять знаки тангенса и котангенса произвольных углов поворота. Заполнять таблицы значений тангенса и котангенса некоторых углов. Решать простейшие виды тригонометрических уравнений. Сравнивать значения тангенса и котангенса некоторых видов углов  Заполнять таблицы значений арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса заданных чисел. Строить углы по значениям обратных тригонометрических функций. Преобразовывать выражения, содержащие обратные тригонометрические функции. Решать простейшие тригонометрические уравнения. Устанавливать истинность утверждений. Находить закономерности и продолжать их  Доказывать формулы приведения тригонометрических функций. Применять формулы приведения для упрощения вычислений, решения уравнений. Решать уравнения на промежутке. Вычислять значения тригонометрических функций с помощью микрокалькулятора  Находить область определения и область значений функции **.**  Проверять, является ли заданное число периодом, находить период функции. Решать простейшие тригонометрические уравнения и неравенства с помощью графика функции или единичной окружности. Называть свойства функции **.** Строить график функции в тетради и с применением пакетов компьютерных программ. Выполнять задания по графику функции . Записывать общий вид осей и центров симметрии графика функции. Строить графики функций с модулями в тетради и с применением пакетов компьютерных программ. Изображать эскизы графиков функций  и *y*=cosec*x*. Классифицировать функции: четные, нечетные, ни четные, ни нечетные; периодические и непериодические  Находить область определения и область значений функции **.** Строить график функции в тетради и с применением пакетов компьютерных программ. Решать простейшие тригонометрические уравнения и неравенства с помощью графика функции или единичной окружности. Называть свойства функции**.** Выполнять задания по графику функции. Записывать общий вид осей и центров симметрии графика функции  Находить область определения и область значений функций  и . Решать простейшие тригонометрические уравнения и неравенства с помощью графиков функций и или единичной окружности. Выполнять задания по графикам функций и . Устанавливать истинность утверждений. Сравнивать значения функций и . Строить графики функций и  Доказывать зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Применять изученные тождества для вычисления значений выражений, решения уравнений и неравенств и доказательств тождеств  Доказывать формулы синуса и косинуса суммы и разности двух углов. Применять их для вычисления значений выражений, решения уравнений и неравенств и доказательств тождеств  Доказывать формулы тангенса суммы и разности двух углов. Применять их для вычисления значений выражений, решения уравнений и неравенств и доказательств тождеств  Доказывать формулы тригонометрических функций двойного угла. Применять их для вычисления значений выражений, решения уравнений и неравенств и доказательств тождеств  Доказывать формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму и преобразования суммы в произведение. Применять их для вычисления значений выражений, упрощения выражений, решения уравнений и доказательства тождеств  Решать тригонометрические уравнения изученных видов. Доказывать, что уравнения не имеют корней; находить корни на промежутке; находить наименьший или наибольший корень; решать уравнения с параметром аналитически и графически с применением пакетов компьютерных программ  **Воспитательная составляющая:**  необходимость в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие |
| Элементы теории вероятности и комбинаторики | 9 | Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли. | Приводить примеры случайных событий, противоположных событий. Использовать при решении задач свойства вероятностей противоположных событий. Решать задачи на нахождение вероятностей событий  Выполнять перебор всех возможных вариантов для пересчета объектов или комбинаций, выделять комбинации, отвечающие заданным условиям. Решать задачи на применение комбинаторных формул и формулы вероятности  **Воспитательная составляющая:**  ориентация на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения. |
| Введение в стереометрию | 5 | Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.* Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр. | Перечислять основные фигуры в пространстве (точка, прямая, плоскость), формулировать три аксиомы об их взаимном рас-  положении и иллюстрировать эти аксиомы примерами из окружающей обстановки Формулировать и доказывать теорему о плоскости, проходящей через прямую и не лежащую на ней точку, и теорему о плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые  **Воспитательная составляющая:**  готовность применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность) |
| Параллельность прямых и плоскостей | 19 | *Теорема Менелая для тетраэдра*. Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.  Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*  Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.* | Формулировать определение параллельных прямых в пространстве, формулировать и доказывать теоремы о параллельных прямых; объяснять, какие возможны случаи взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве, и приводить иллюстрирующие примеры из окружающей обстановки; формулировать определение параллельных прямой и плоскости, формулировать и доказывать утверждения о параллельности прямой и плоскости (свойства и признак); решать задачи на вычисление и доказательство, связанные со взаимным расположением прямых и плоскостей Объяснять, какие возможны случаи взаимного расположения двух прямых в пространстве, и приводить иллюстрирующие примеры; формулировать определение скрещивающихся прямых, формулировать и доказывать теорему, выражающую признак скрещивающихся прямых, и теорему о плоскости, проходящей через одну из скрещивающихся прямых и параллельной другой прямой; объяснять, какие два луча называются сонаправленными, формулировать и доказывать теорему об углах с сонаправленными сторонами; объяснять, что называется углом между пересекающимися прямыми и углом между скрещивающимися прямыми; решать задачи на вычисление и доказательство, связанные со взаимным расположением двух прямых и углом между ними Формулировать определение параллельных плоскостей, формулировать и доказывать утверждения о признаке и свойствах параллельных плоскостей, использовать эти утверждения при решении задач Объяснять, какая фигура называется тетраэдром и какая параллелепипедом, показывать на чертежах и моделях их элементы, изображать эти фигуры на рисунках, иллюстрировать с их помощью различные  случаи взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве; формулировать и доказывать утверждения о свойствах параллелепипеда; объяснять, что называется сечением тетраэдра (параллелепипеда), решать задачи на построение сечений тетраэдра и параллелепипеда на чертеже  **Воспитательная составляющая:**  готовность к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного. |
| Перпендикулярность прямых и плоскостей | 20 | Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.  *Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.*  *Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.*  Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.  Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.* | Формулировать определение перпендикулярных прямых в пространстве; формулировать и доказывать лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой; формулировать определение прямой, перпендикулярной к плоскости, и приводить иллюстрирующие примеры из окружающей обстановки; формулировать и доказывать теоремы (прямую и обратную) о связи между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости теорему, выражающую признак перпендикулярности прямой и плоскости, и теорему о существовании и единственности прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной плоскости; решать задачи на вычисление и доказательство связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости Объяснять, что такое перпендикуляр и наклонная к плоскости, что называется проекцией наклонной; что называется расстоянием: от точки до плоскости, между параллельными плоскостями, между параллельными прямой и плоскостью, между скрещивающимися прямыми; формулировать и доказывать теорему о трёх перпендикулярах и применять её при решении задач; объяснять, что такое ортогональная проекция точки (фигуры) на плоскость,  и доказывать, что проекцией прямой на плоскость, неперпендикулярную к этой прямой, является прямая; объяснять, что называется углом между прямой и плоскостью и каким свойством он обладает; объяснять, что такое центральная проекция точки (фигуры) на плоскость Объяснять, какая фигура называется двугранным углом и как он измеряется; доказывать, что все линейные углы двугранного угла равны друг другу; объяснять, что такое угол между пересекающимися плоскостями и в каких пределах он изменяется; формулировать определение взаимно перпендикулярных плоскостей, формулировать и доказывать теорему о признаке перпендикулярности двух плоскостей; объяснять, какой параллелепипед называется прямоугольным, формулировать и доказывать утверждения о его  свойствах; решать задачи на вычисление и доказательство с использованием теорем о перпендикулярности прямых и плоско-  стей, а также задачи на построение сечений прямо угольного параллелепипеда на чертеже Использовать компьютерные программы при изучении вопросов, связанных со взаимным расположением прямых и плоскостей в пространстве  **Воспитательная составляющая:**  способность к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве. |
| Многогранники | 13 | Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*  *Теорема Эйлера.* Правильные многогранники. *Двойственность правильных многогранников.*  Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.  Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства. Усеченная пирамида.  Площади поверхностей многогранников.  *Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.*  *Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.* | Объяснять, какая фигура называется многогранником и как называются его элементы, какой многогранник называется выпуклым, приводить примеры многогранников; объяснять, какой многогранник называется призмой и как называются её  элементы, какая призма называется прямой, наклонной, правильной, изображать призмы на рисунке; объяснять, что называется площадью полной (боковой) поверхности призмы и доказывать теорему о площади боковой поверхности прямой призмы; решать задачи на вычисление и доказательство, связанные с призмой Объяснять, какой многогранник называет-  ся пирамидой и как называются её элементы, что называется площадью полной (боковой) поверхности пирамиды; объяснять,  какая пирамида называется правильной, доказывать утверждение о свойствах её боковых рёбер и боковых граней и теорему о площади боковой поверхности правильной пирамиды; объяснять, какой многоранник называется усечённой пирамидой и как называются её элементы, доказывать теорему о площади боковой поверхности правильной усечённой пирамиды; решать задачи на вычисление и доказательство, связанные с пирамидами, а также  задачи на построение сечений пирамид на чертеже Объяснять, какие точки называются симметричными относительно точки (прямой, плоскости), что такое центр (ось, плоскость) симметрии фигуры, приводить примеры фигур, обладающих элементами симметрии, а также примеры симметрии в архитектуре, технике, природе объяснять, какой многогранник называется правильным, доказывать, что не существует правильного многогранника, гранями которого являются правильные *n*-угольники при *n* ≥ 6; объяснять, какие существуют виды правильных многогранников и какими элементами симметрии они обладают  **Воспитательная составляющая:**  установка на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей. |
| Векторы в пространстве | 6 | Векторы. Сумма векторов, умножение вектора на число. *Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов.* | Формулировать определение вектора, его длины, коллинеарных и равных векторов, приводить примеры физических векторных величии Объяснять, как вводятся действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, какими свой-  ствами они обладают, что такое правило треугольника, правило параллелограмма и правило многоугольника сложения векторов; решать задачи, связанные с действиями над векторами Объяснять, какие векторы называются компланарными; формулировать и доказывать утверждение о признаке компланарности трёх векторов; объяснять, в чём состоит правило параллелепипеда сложения трёх некомпланарных векторов; формулировать и доказывать теорему о разложении любого вектора по трём данным некомпланарным векторам; применять векторы при решении геометрических задач  **Воспитательная составляющая:**  проявление интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах. |
| Повторение | 23 | Функции и графики. Область определения и область значения функции. Четность, периодичность, непрерывность, возрастание и убывание функции. Решение неравенств на основании свойств функций.  Обратимость функций. Функции у = arcsin x, y =аrсcos x, y = arctg x, y = arcctg x. Графики функций с модулями. Уравнения и неравенства. Равносильные преобразования. Область допустимых значений переменой. Расширение и сужение ОДЗ. Знаки равносильности и следования.  Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости и в пространстве. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости и в пространстве, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов.* | **Воспитательная составляющая:**  корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт. |
| 11 класс | | | |
| Непрерывность и пределы функции | 13 | Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний.* Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.  Законы логики*. Основные логические правила.* Решение логических задачс использованием кругов Эйлера, *основных логических правил.*  Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств*.  *Математическая индукция*. *Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному*. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.  Понятие предела функции в точке*. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших*. Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.* | Находить по графику точки разрыва: бесконечные и устранимые. Распознавать непрерывные и разрывные функции. Решать неравенства методом интервалов. Устранять разрыв функции в точке. Доказывать, что функция имеет разрыв в точке. Доказывать по определению непрерывность линейной функции в произвольной точке и квадратичной функции в точке *x*=1. Строить графики функций с применением пакетов компьютерных программ  Вычислять предел функции в точке. Изображать схематически график, имеющий данный предел в точке. Устанавливать истинность утверждений о непрерывности функций. Приводить примеры графиков функций, которые имеют односторонние пределы. Вычислять односторонние пределы. Записывать с помощью кванторов определение непрерывности функции в точке, ограниченности функции сверху и снизу. Доказывать ограниченность функции сверху или снизу. доказывать теорему о единственности предела  Записывать уравнения вертикальных и горизонтальных асимптот. Находить наклонные асимптоты с помощью деления многочлена на многочлен. Формулировать определения непрерывности и предела функции в точке на языке ε-δ. Записывать математические утверждения с кванторами. Доказывать правила вычисления пределов. Строить графики функций и с применением пакетов компьютерных программ  **Воспитательная составляющая:**  проявление интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах. |
| Производная функции | 17 | Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике*. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. | Формулировать определение касательной к графику функции в точке. Строить касательную к графику функции и записывать ее уравнение. Строить графики функций и касательные к ним с применением пакетов компьютерных программ  Формулировать определение производной. Объяснять физический и геометрический смыслы производной. Вычислять приближенные значения функции. Находить производные линейной и квадратичной функций по определению. Записывать уравнение касательной по известной производной функции. Находить скорость и ускорение движения тела по закону его движения. Доказывать, что одна функция является производной другой  Находить промежутки возрастания и убывания функции с помощью производной. Формулировать теорему Лагранжа. Формулировать определения максимума и минимума функции, экстремума и критической точки функции. Находить точки максимума и минимума с помощью производной. Проводить исследование функции с помощью производной и строить ее график. Заполнять таблицу по результатам исследования функции. Находить ошибки в построениях графика функции. Устанавливать истинность утверждений о критических точках. Строить графики функций и с применением пакетов компьютерных программ  **Воспитательная составляющая:**  готовность к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); |
| Техника дифференцирования | 28 | Число  и функция .  Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.  Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных*. *Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.* | Доказывать правила нахождения производной суммы, произведения, частного. Выводить формулу нахождения производной степени с помощью метода математической индукции. Выводить формулу производной произведения трех функций. Проводить доказательства утверждений методом математической индукции  Выводить формулы производной сложной функции. Применять формулу производной сложной функции при ее исследовании и построении графика. Находить производные сложных и неявных функций. Строить графики сложных функций и касательные к ним с применением пакетов компьютерных программ  Проводить исследование изученных функций, строить к ним касательные, находить их приближенные значения. Решать задачи физического содержания о нахождении скорости радиоактивного распада, о скорости изменения силы тока и др. Находить производную обратной функции. Формулировать определение числа *e* графическим способом и через предел последовательности. Применять формулы и правила дифференцирования в исследовании функций на монотонность и экстремумы, в ситуациях, не требующих сложных преобразований  Использовать производные в задачах на нахождение наибольших и наименьших значений функций. Строить графики функций с применением пакетов компьютерных программ. Решать задачи с практическим, геометрическим и физическим содержанием на нахождение наибольших и наименьших значений  По графику определять выпуклость, вогнутость и точки перегиба функции. Проводить исследования с помощью второй производной на выпуклость, вогнутость и точки перегиба функции. Использовать первую и вторую производные в исследовании функций, в доказательствах неравенств. Строить графики функций с применением пакетов компьютерных программ. Решать задачи физического содержания на нахождение скорости и ускорения движения тела  **Воспитательная составляющая:**  готовность к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного. |
| Интеграл и первообразная | 13 | Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.* | Формулировать определения криволинейной трапеции, интеграла, интегрирования. Изображать фигуру, площадь которой записана с помощью интеграла. Записывать площадь изображенной криволинейной трапеции с помощью интеграла. Записывать площадь фигуры с помощью суммы и разности интегралов. Записывать объем тела с помощью интеграла. Строить фигуру, ограниченную данными линиями в тетради и с применением пакетов компьютерных программ  Формулировать определение первообразной функции. Формулировать и доказывать простейшие правила нахождения первообразной функции. Пользоваться таблицей первообразных основных функций при решении задач. Доказывать, что одна функция является первообразной для другой. Находить в простейших случаях первообразные функции. Применять интегралы для нахождения площадей криволинейных трапеций, объемов тел вращения. Решать с помощью интеграла задачи практического, геометрического и физического содержания приведенных в учебнике видов  **Воспитательная составляющая:**  установка на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей. |
| Уравнения, неравенства и их системы | 27 | *Методы решения функциональных уравнений и неравенств.*  Уравнения, системы уравнений с параметром.  *Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*  *Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.*  *Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.*  *Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.*  *Множества на координатной плоскости.*  *Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.*  Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества. | Решать и оформлять решения уравнений и неравенств, рассмотренных в учебнике видов; различать равносильные и неравносильные преобразования уравнений и неравенств; применять способы группировки и замены переменных при решении уравнений; решать возвратные уравнения; использовать приемы подбора корней, связанные с ограниченностью, возрастанием и убыванием функций  Использовать следствие из теоремы Безу для разложения многочлена на множители; осуществлять поиск целых корней многочлена среди делителей свободного члена по схеме Горнера  Формулировать определение равносильности и следования уравнений и неравенств; решать и оформлять решения уравнений и неравенств рассмотренных в учебнике видов  Решать тригонометрические и рациональные уравнения.  Решать иррациональные уравнения и неравенства  Подбирать корни уравнений и решать показательные, логарифмические уравнения и неравенства  Решать уравнения с модулем  Формулировать определение равносильности и следования систем уравнений и неравенств. Решать и оформлять решение системы уравнений и неравенств рассмотренных в учебнике видов  Формулировать определение равносильности и следования систем уравнений и неравенств; решать и оформлять решения систем уравнений и неравенств рассмотренных в учебнике видов  Решать системы уравнений методами сложения и замены переменной  Решать системы уравнений методами перемножения уравнений или деления одного уравнения на другое, а также систем однородных уравнений  Решать системы уравнений методом замены переменных  Решать уравнения, сводящиеся к системам, а также однородные и симметрические системы  Решать уравнений и неравенств, сводящихся к решению систем  Решать уравнения и неравенства с параметром; использовать графики для решения уравнений и неравенств с параметрами; строить графики функций с применением пакетов компьютерных программ  **Воспитательная составляющая:**  ориентация на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения. |
| Элементы теории вероятностей и статистики | 9 | Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения.  *Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей*.  Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.  Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.  Бинарная случайная величина, распределение Бернулли.Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение* *и его свойства.*  Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.  *Показательное распределение, его параметры.*  *Распределение Пуассона и его применение*. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). *Центральная предельная теорема*.  *Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*  Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.*  *Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.*  *Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.*  *Кодирование. Двоичная запись.*  *Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.* | Представлять информацию в виде таблиц, круговых и столбчатых диаграмм, в том числе с помощью компьютерных программ. Приводить примеры противоположных событий, зависимых и независимых событий. Использовать при решении задач свойства вероятностей противоположных событий. Записывать формулы вероятности суммы и произведения событий. Решать задачи на вычисление вероятности суммы и произведения событий  Представлять информацию в виде таблиц, круговых и столбчатых диаграмм. Находить среднее арифметическое, моду, медиану, дисперсию и математическое ожидание числовых рядов. Приводить содержательные примеры использования средних значений, дисперсии и математического ожидания для описания данных  **Воспитательная составляющая:**  готовность к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других |
| Комплексные числа | 17 | Первичные представления о множестве комплексных чисел. *Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.* | Решать кубические уравнения по формуле Кардано  Формулировать определение комплексного числа. Формулировать определение равенства комплексных чисел. Находить комплексные корни квадратных уравнений. Показывать выполнимость теоремы Виета для комплексных корней квадратного уравнения. Выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме  Выполнять действия над комплексными числами, заданными в геометрической форме; графически решать уравнения, неравенства и системы уравнений; строить графики функций с применением пакетов компьютерных программ  Выполнять арифметические действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме; переводить комплексные числа из алгебраической формы в тригонометрическую и обратно; выполнять умножение, деление, возведение в степень и извлечение корней из комплексного числа; выводить формулу Муавра; показывать связь между тригонометрической и показательной формами комплексного числа  **Воспитательная составляющая:**  способность к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве. |
| Метод координат в пространстве. Движения | 15 | Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.  Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.*  *Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.* | Объяснять, как вводится прямоугольная система координат в пространстве, как определяются координаты точки и как они называются, как определяются координаты вектора; формулировать и доказывать утверждения: о координатах суммы и разности двух векторов, о координатах произведения вектора на число, о связи между координатами вектора и координатами его конца и начала; выводить и использовать при решении задач формулы координат середины отрезка, длины вектора и расстояния между двумя точками; выводить уравнение сферы данного радиуса с центром в данной точке Объяснять, как определяется угол между векторами; формулировать определение скалярного произведения векторов; формулировать и доказывать утверждения о его свойствах; объяснять, как вычислить угол между двумя прямыми, а также угол между прямой и плоскостью, используя выражение скалярного произведения векторов через их координаты; применять вектор-  но-координатный метод при решении геометрических задач Объяснять, что такое отображение пространства на себя и в каком случае оно называется движением пространства; объяснять, что такое центральная симметрия, осевая симметрия, зеркальная симметрия и параллельный перенос, обосновывать  утверждения о том, что эти отображения пространства на себя являются движениями; применять движения при решении геометрических задач  **Воспитательная составляющая:**  готовность применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность) |
| Цилиндр, конус, шар | 17 | Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).  Усеченный конус.  *Элементы сферической геометрии. Конические сечения.*  Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы.  Площадь сферы.  *Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса.  *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.* | Объяснять, что такое цилиндрическая поверхность, её образующие и ось, какое тело называется цилиндром и как называются его элементы, как получить цилиндр путём вращения прямоугольника; изображать цилиндр и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси; объяснять, что принимается за площадь боковой поверхности цилиндра, и выводить формулы для вычисления боковой и полной поверхностей цилиндра; решать задачи на вычисление и доказательство, связанные с цилиндром  Объяснять, что такое коническая поверхность, её образующие, вершина и ось, какое тело называется конусом и как называются его элементы, как получить конус путём вращения прямоугольного треугольника, изображать конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси; объяснять, что принимается за площадь боковой поверхности конуса, и выводить формулы для вычисления площадей боковой и полной поверхностей конуса; объяснять, какое тело называется усечённым конусом и как его получить путём вращения прямоугольной трапеции, выводить формулу для вычисления площади боковой поверхности усечённого конуса; решать задачи на вычисление и доказательство, связанные с конусом и усечённым конусом Формулировать определения сферы и шара, их центра, радиуса, диаметра; исследовать взаимное расположение сферы и плоскости, формулировать определение касательной плоскости к сфере, формулировать и доказывать теоремы о свойстве и признаке касательной плоскости; объяснять, что принимается за площадь сферы и как она выражается через радиус сферы; решать простые задачи, в которых фигурируют комбинации многогранников и тел вращения  **Воспитательная составляющая:**  необходимость в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие |
| Объемы тел | 24 | Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.*  *Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.*  Площадь сферы.  Комбинации многогранников и тел вращения.  Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур. | Объяснять, как измеряются объёмы тел, проводя аналогию с измерением площадей много угольников; формулировать основные свойства объёмов и выводить с их помощью формулу объёма прямоугольного параллелепипеда Формулировать и доказывать теоремы об объёме прямой призмы и объёме цилиндра; решать задачи, связанные с вычислением объёмов этих тел Выводить интегральную формулу для вычисления объёмов тел и доказывать с её помощью теоремы об объёме наклонной призмы, об объёме пирамиды, об объёме конуса; выводить формулы для вычисления объёмов усечённой пирамиды и усечённого конуса; решать задачи, связанные с вычислением объёмов этих тел. Формулировать и доказывать теорему об объёме шара и с её помощью выводить формулу площади сферы; решать задачи с применением формул объёмов различных тел  **Воспитательная составляющая:**  готовность к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других |
| Повторение | 24 | *Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. q-ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*  Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости и в пространстве. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости и в пространстве, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*  *Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.* | **Воспитательная составляющая:**  корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт. |